

Vyčíslitelnost a složitost 2005/2006

Domácí úloha 1

Zbyněk Křivka
krivka@fit.vutbr.cz, kancelář C48

Prerekvizity a potřebné definice

Přirozená čísla tvoří nekonečnou spočetnou množinu $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

Jazyk = množina řetězců.

Třída = množina jazyků.

Nechť $\mathcal{L}(REG)$, $\mathcal{L}(CF)$, $\mathcal{L}(CS)$ a $\mathcal{L}(RE)$ označují třídu regulárních, bezkontextových, kontextových a rekurzivně spočetných jazyků.

Třída konečných jazyků obsahuje všechny jazyky obsahující konečný počet vět (řetězců).
Základní stavební bloky¹: $L, R, x, R_x, R_{\neg x}, L_x, L_{\neg x}, S_R, S_L$, kde $x \in \Gamma$.

Algoritmus: Převod kompozitního diagramu TS na přechodový

1. Všechny stroje nakopíruj do výsledku v podobě přechodových diagramů pro jednotlivé moduly a zatím je nijak nepropojuj.
2. Přidejte nový koncový stav.
3. Pro všechny původní koncové stavy modulů a všechny symboly páskové abecedy proved: Najdi hranu ohodnocenou x a vedoucí z počátečního stavu TS B . Proved kopii této hrany, tak aby jejím výchozím bodem byl původní koncový stav TS A .
4. Projdi všechny původní koncové stavy propojovaných modulů a zjisti, jestli pro všechny páskové symboly mají nějakou výchozí hranu. Pro každý takový nalezený případ symbolu y vytvoř hranu y/y vedoucí ze zkoumaného původního koncového stavu do nového (absolutního) koncového stavu.

Domácí úloha č. 1

- 1.1) Sestrojte kompozitní Turingův stroj postupně generující na pásce posloupnost přirozených čísel ve dvojkové soustavě: $\mathcal{N}_2 = (1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, \dots)$.
- 1.2) a) Zdůvodněte, proč uzavřenost třídy jazyků na operaci doplněk a sjednocení implikuje uzavřenost na průnik a analogicky uzavřenost na doplněk a průnik implikuje uzavřenost na operaci sjednocení jazyků?
b) Kam se řadí třída konečných jazyků v Chomského hierarchii jazyků? Jaký to má praktický dopad?
c) Jak se může lišit výsledek činnosti Turingova stroje $\rightarrow RL$ od činnosti stroje $\rightarrow LR$?
- 1.3) S použitím stavebních bloků (viz prerekvizity) vytvořte kompozitní Turingův stroj, který provede konkatenaci konečného počtu řetězců $w_1, w_2, \dots, w_n$ ($n \in \mathcal{N}$) oddělených symbolem $\triangle$ (blank), takže například ze vstupní pásky $\underline{\triangle} w_1 \triangle w_2 \triangle w_3 \triangle \triangle \dots$ vytvoří na té samé pásce výstup $\underline{\triangle} w_1 w_2 w_3 \triangle \triangle \dots$. Poznamenejme, že řetězce $w_1, w_2, \dots, w_n$

¹ povolené moduly

neobsahují symbol Δ a seznam řetězců ke konkatenaci je ukončen dvěma symboly blank ($\Delta\Delta$), zbytek pásky je zaplněn také symboly Δ .

- 1.4) a) Podle algoritmu z přednášek (viz prerekvizity) převedte zadaný kompozitní diagram Turingova stroje se vstupní abecedou $\Sigma = \{x, y, z\}$ z obrázku 1 (fig.1) na ekvivalentní přechodový diagram.

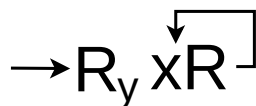


Fig. 1: DÚ 1.4

- b) Popište funkci tohoto Turingova stroje (z obrázku 1) a jazyk přijímaný tímto strojem.

Doplňkový příklad

Doplňkový příklad nemá vliv na bodové hodnocení úlohy, ale může sloužit jako náhradní příklad, v případě vynechání jednoho z příkladů. Pokud si nejste jisti, zda danou problematiku dostatečně ovládáte, tak si jej určitě zkuste vyřešit.

Sestrojte Turingův stroj M rozhodující jazyk (v případě přijetí zapíše na pásku $\Delta Y \Delta \Delta \dots$ a v případě nepřijetí $\Delta N \Delta \Delta \dots$) $L(M) = \{w \mid n_a(w) = n_b(w) = n_c(w)\}$ nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$, kde $n_x(w)$ vrací počet znaků x v řetězci w ($x \in \Sigma$).

Pokyny k odevzdání

Termín odevzdání: 10. 10. 2005 (zatím není definitivní, ale orientační)

Domácí úlohy vypracovávají studenti samostatně na základně přednášek z předmětu Vyčíslitelnost a složitost. Každá správně vypracovaná domácí úloha (všechny příklady) je ohodnocena 1 (slovy *jedním*) bodem. Domácí úloha je odevzdávána cvičícímu nebo přednášejícímu nejpozději těsně před začátkem demonstračního cvičení, kde budou diskutovány výsledky a správný postup řešení úloh.